

Le valutazioni su larga-scala e la didattica della matematica: il progetto di ricerca *Mathematics Standardized Assessment as a Tool for Teachers' Professional Development*

Large-Scale assessments and Mathematics Education: The research project *Mathematics Standardized Assessment as a Tool for Teachers' Professional Development*

Maria Chiara Cibien¹, Federica Ferretti, Camilla Spagnolo
Università di Ferrara

Francesca Martignone, Marta Saccoletto
Università del Piemonte Orientale

Sintesi

Negli ultimi decenni, le valutazioni standardizzate su larga scala hanno assunto un ruolo centrale non solo come strumenti di monitoraggio sistemico degli apprendimenti, ma anche come oggetto di indagine rilevante per la ricerca in didattica della matematica. Il progetto PRIN *Mathematics standardized assessment as a tool for teachers' professional development* si colloca in questo quadro, con l'obiettivo di valorizzare i dati e i materiali prodotti dalle prove INVALSI per sostenere lo sviluppo professionale degli insegnanti di matematica di tutti i gradi scolastici.

Il progetto intende promuovere un uso formativo delle valutazioni nazionali, integrando risultati ed evidenze in percorsi di formazione iniziale e in servizio. A tal fine è stata condotta un'indagine tramite questionario per esplorare conoscenze e beliefs specialistici degli insegnanti in relazione all'insegnamento della matematica e alla valutazione.

Parole chiave: Valutazioni su larga scala; Valutazione formativa; Formazione insegnanti; Didattica della matematica.

¹ mariachiara.cibien@unife.it.

Abstract

Over the past decades, large-scale standardized assessments have assumed a central role not only as instruments for the systemic monitoring of student achievement, but also as significant objects of inquiry within mathematics education research. The PRIN project *Mathematics standardized assessments as a tool for teachers' professional development* is situated within this framework and aims to enhance the value of the data and materials produced through the INVALSI national assessments in order to support the professional development of mathematics teachers across all school levels.

The project seeks to promote a formative use of national assessments by integrating findings and evidence into both pre-service and in-service teacher education pathways. To this end, a questionnaire-based study was conducted to explore teachers' specialized knowledge and beliefs concerning the teaching of mathematics and assessment practices.

Keywords: Large-scale assessments; Formative assessment; Teachers' professional development; Mathematics education.

1. Le valutazioni su larga-scala e la ricerca in didattica della matematica: inquadramento del progetto

Parallelamente allo sviluppo delle principali indagini internazionali (quali OCSE-PISA, IEA-TIMSS e IEA-PIRLS), negli ultimi decenni la quasi totalità dei Paesi ha introdotto sistemi di rilevazione nazionale su larga scala degli apprendimenti nella scuola primaria e secondaria (Eurydice, 2016). Come evidenziato dalla letteratura (Doig, 2006), l'impatto istituzionale di tali valutazioni si ripercuote significativamente anche sulle pratiche didattiche, influenzando i processi di insegnamento-apprendimento a livello locale e di classe. Progettate con l'intento di monitorare l'acquisizione delle competenze matematiche su scala sistemica, queste rilevazioni stanno progressivamente assumendo una rilevanza cre-

scente anche in termini educativi, pedagogici, storico-culturali e politici, sia in ambito locale sia su scala globale (Doig, 2006). Tale evoluzione ha contribuito a rendere le valutazioni standardizzate su larga scala oggetto di un crescente interesse anche nell'ambito della ricerca in didattica della matematica (Suurtamm *et al.*, 2016). La valutazione esterna può anche avere un impatto sul complesso processo di implementazione del curriculum (Coles *et al.*, 2023). In Italia, le rilevazioni su larga scala in ambito educativo sono condotte dall'INVALSI², ente di ricerca preposto – tra le varie competenze istituzionali – alla realizzazione di verifiche periodiche e sistematiche volte a misurare le conoscenze, le competenze

² www.invalsi.it.

degli studenti e la qualità complessiva dell'offerta formativa delle istituzioni scolastiche. La coerenza del quadro teorico che sottende le prove INVALSI di matematica (INVALSI, 2018) con le disposizioni curriculari ministeriali (quali le *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, gli *Assi Culturali*, le *Indicazioni Nazionali per i Licei* e le *Linee Guida per gli istituti Tecnici e Professionali*), unitamente ai più rilevanti risultati della ricerca in didattica della matematica, nonché alla struttura metodologica delle rilevazioni e alle modalità di restituzione dei dati, fanno sì che i macrofenomeni emersi a livello nazionale possano offrire informazioni utili e costituire strumenti interpretativi per l'analisi di aspetti dei processi di insegnamento-apprendimento della matematica, specifici del contesto educativo italiano. Le analisi, sia di natura qualitativa sia quantitativa, condotte sui testi delle prove e sui risultati delle rilevazioni INVALSI, hanno apportato significativi contributi allo sviluppo della ricerca nell'ambito della didattica della matematica. Diversi studi hanno caratterizzato, quantificato e misurato la portata di diversi fenomeni già studiati in letteratura inquadrabili con costrutti condivisi a livello internazionale (Ferretti & Bolondi, 2019; Spagnolo *et al.*, 2021) e dalle varie analisi sono emerse nuove evidenze e interpretazioni legate ai fenomeni stessi. Da quest'ultimo punto di vista, si sono studiati fenomeni nuovi come l'effetto di contratto didattico "Età della Terra" (Ferretti & Bolondi, 2019), e si sono studiati alcuni aspetti predittivi delle prove INVALSI del grado 13 in relazione alla carriera universitaria (Gambini *et al.*, 2021). Quanto messo in luce dai macrofenomeni emersi in sede di valutazione su larga scala, se opportunamente e consapevolmente integrato in ambito di formazione insegnanti, può contribuire a migliorare le conoscenze e l'azione degli insegnanti (Campbell & Levin, 2009; Ferretti *et al.*, 2022).

Il progetto PRIN *Mathematics standardized assessment as a tool for teachers' professional development* si focalizza in particolare sull'analisi delle interpretazioni degli insegnanti rispetto agli errori degli studenti in un item INVALSI, al fine di esplorare alcuni aspetti dei loro beliefs e conoscenze specialistiche. In particolare, si propone di elaborare strumenti teorici e operativi volti a valorizzare i risultati delle prove nazionali di valutazione degli apprendimenti in matematica, in

funzione dello sviluppo professionale dei docenti in- e pre-servizio di tutti i gradi scolastici. Più nello specifico, il progetto intende promuovere un uso formativo, tanto a livello istituzionale quanto a livello di classe, di tutti i materiali prodotti nell'ambito della valutazione nazionale INVALSI, nonché delle buone pratiche didattiche che da essi ne possono scaturire. Tale approccio mira a favorire un impiego efficace, in funzione dell'apprendimento degli studenti, dei quadri concettuali di riferimento, delle prove predisposte per la valutazione, delle modalità di raccolta dei dati e dei risultati emersi.

Il principale risultato atteso del progetto consiste nello sviluppo di modelli formativi per lo sviluppo professionale dei docenti destinati a insegnanti di matematica, sia in formazione iniziale sia in servizio, volti all'accrescimento delle conoscenze specialistiche per l'insegnamento della matematica così come inquadrata nel modello teorico *Mathematics Teacher Specialized Knowledge (MTSK)* di Carrillo-Yañez e colleghi (2018). Per una progettazione consapevole e informata dei modelli formativi, è stata condotta un'indagine sui beliefs – intesi come credenze, convinzioni e assunzioni implicite degli insegnanti relative all'insegnamento, all'apprendimento e alla valutazione della matematica – e sulle conoscenze specialistiche degli insegnanti relativamente ai processi di insegnamento e apprendimento della matematica in generale e alla valutazione e alle valutazioni su larga scala in particolare, distinguendo tra dimensioni di conoscenza specialistica e dimensioni riconducibili ai beliefs professionali. Lo strumento di indagine, un questionario costituito da domande a scelta multipla, domande aperte e domande su scala Likert, è stato progettato anche al fine di rilevare, attraverso l'analisi delle motivazioni fornite, elementi riconducibili ai beliefs degli insegnanti in merito agli errori degli studenti e al ruolo della valutazione, ed è stato somministrato a insegnanti e futuri insegnanti di scuola primaria, scuola secondaria di primo e di secondo grado. Come vedremo tramite un esempio, l'analisi dei quesiti e delle risposte degli insegnanti ha messo in luce risultati rilevanti in diverse direzioni e, in particolare, per quanto riguarda l'interpretazione e la consapevolezza delle cause degli errori degli studenti.

In questo contributo ci interroghiamo in particolare su quali interpretazioni degli errori emergano dalle risposte degli insegnanti e su come

tali interpretazioni possano essere lette come indicatori dei loro beliefs professionali.

2. Analisi di alcuni risultati del questionario e riflessioni finali

I ricercatori hanno scelto di inserire nel questionario per gli insegnanti domande sul seguente quesito (Fig. 1), presente nelle prove INVALSI di matematica per il grado 5, perché mostra alcuni possibili errori legati alle rappresentazioni dei numeri razionali sulla retta dei numeri. Come messo in luce dalla letteratura (si veda, ad esempio, De Wolf *et al.*, 2014), gli errori possono essere dovuti a difficoltà di natura semantica e sintattica legate all'interpretazione del simbolo di frazione. Nello specifico l'opzione A potrebbe identificare gli studenti e le studentesse che collocano la frazione a metà del segmento con estremi 2 e 3, l'opzione B potrebbe identificare gli studenti e le studentesse che interpretano la frazione $\frac{3}{2}$ come tre e mezzo e l'opzione D potrebbe identificare gli studenti e le studentesse che identificano la frazione $\frac{3}{2}$ con 3,2. Dall'analisi delle percentuali di risposta si vede che solo il 17% circa degli studenti del campione nazionale risponde correttamente (questa era stata la percentuale di risposta corretta più bassa di tutta la prova di matematica di quell'anno). Le opzioni non corrette hanno ottenuto percentuali di scelta circa tra il 23% e il 33%.

Le difficoltà degli studenti nell'ordinare e posizionare i numeri razionali sulla linea dei numeri, soprattutto se rappresentati come frazioni, sono state ampiamente studiate e possono riguardare l'interpretazione del valore delle cifre e del segno di frazione (Behr & Bright, 1984; Ni & Zhou, 2005; Saxe *et al.*, 2007), come nelle opzioni A, B e D del quesito INVALSI (Fig. 1). Nel quesito sono inoltre indicati i numeri su delle rette graduate, ossia costituite da una linea e da una scala che deve essere interpretata e gestita. Come sottolineato da De Wolf e colleghi (2014), sulla linea dei numeri sono particolarmente visibili alcune difficoltà legate alla gestione delle diverse rappresentazioni dei numeri razionali, per quanto riguarda il confronto e l'ordinamento dei numeri

D25. La maestra chiede di rappresentare sulla retta dei numeri il numero $\frac{3}{2}$.
Solo una di queste rappresentazioni è corretta. Quale?

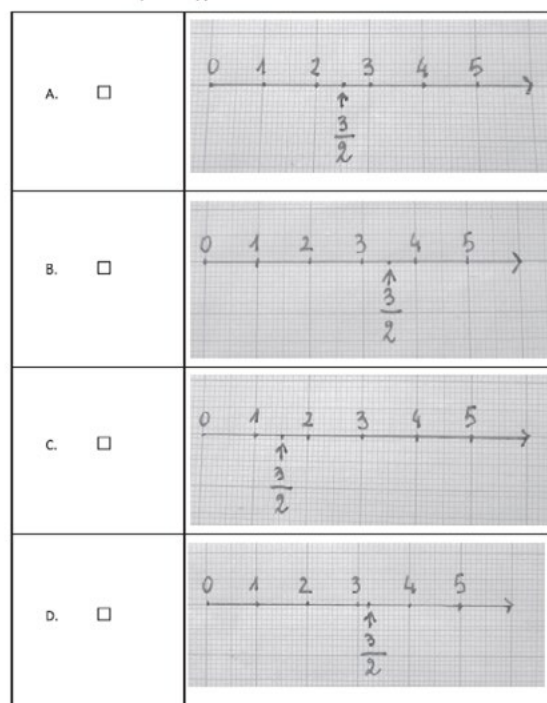


Fig. 1 – Quesito D25, Prove INVALSI di matematica per il grado cinque, 2018.

razionali sia in forma di frazione, sia in forma decimale. Come già anticipato, il quesito è stato inserito nel questionario rivolto ai docenti di scuola primaria, ed è stato chiesto loro di individuare quale, nella loro opinione, fosse l'opzione errata più frequente a livello nazionale e di motivare la scelta.

Di seguito riportiamo i risultati dell'analisi qualitativa delle risposte dei docenti, condotta attraverso l'analisi tematica (Cohen *et al.*, 2018). Hanno risposto al questionario 128 docenti, di cui 86 dichiarano di aver insegnato matematica in una classe quinta. Di questi, 67 docenti (il 52,3% dei rispondenti) indicano l'opzione B come quella maggiormente scelta, 32 docenti (25% dei rispondenti) indicano l'opzione D e 24 docenti (18,75%) l'opzione A. Infine 7 docenti rispondono «non lo so» o indicano più di un'opzione di risposta. Ciò che risulta particolarmente interessante è l'interpretazione degli errori da parte dei docenti. L'analisi ha portato alla creazione di sette macrocategorie legate alla tipologia di errore che, secondo i docenti, gli studenti e le studentesse compiono nell'affrontare il quesito.

to proposto; tali categorie consentono di inferire elementi relativi ai beliefs degli insegnanti circa la natura degli errori e i processi di apprendimento sottostanti.

La maggior parte dei docenti (41, circa un terzo dei rispondenti) fa effettivamente riferimento a una possibile difficoltà degli studenti e delle studentesse nella conversione tra la rappresentazione del numero in forma di frazione e la rappresentazione dello stesso sulla retta numerica. Queste risposte sono state raggruppate nella categoria “Conversione tra frazione e retta”. Fanno parte di questa categoria per esempio le risposte

«Secondo me l'opzione sbagliata più scelta che gli alunni possono aver scelto è la risposta B perché considerano 3 parti di linea e $1/2$.»

«D perché gli alunni possono associare il denominatore al numero dei quadretti e il numeratore al numero intero sulla retta.»

Notiamo che questa categoria è trasversale tra chi sceglie come distrattori A, B o D. In relazione al distrattore B, alcuni insegnanti notano come la lettura della frazione come “tre mezzi” possa essere, secondo loro, la ragione per l'errato comportamento. Per esempio, un insegnante afferma

«La B perché in Italia purtroppo anche la lettura della frazione crea fraintendimenti. Leggendo “tre mezzi” i bambini prima cercano il 3 nella linea dei numeri e poi la sua metà. Se leggessimo (come in altri paesi) “due di tre” forse sarebbe più intuibile il concetto.»

Tredici docenti indicano invece una difficoltà a gestire la “Conversione tra frazione e numero decimale”. Fanno parte di questa categoria le risposte che fanno riferimento a una conversione decimale errata o alla confusione tra rappresentazione frazionaria e decimale, in cui la linea di frazione non viene interpretata come divisione, come per esempio:

«La risposta D; perché molti alunni trasformano $3/2$ in 3,2 senza ricordare i passaggi o le strategie per trasformare la frazione in numero decimale e viceversa.»

«D, perché hanno confuso frazione con numero de-

cimale.»

La categoria raccoglie risposte relative ai distrattori B e D.

La terza categoria si intitola “Lettura parziale della frazione” e raccoglie quelle risposte che fanno riferimento al fatto che gli studenti e le studentesse prendono in considerazione solamente una parte specifica della frazione (come il numeratore o il denominatore), non riuscendo quindi a cogliere la relazione tra 3 e 2. Le quindici risposte che compongono questa categoria sono relative a tutti e tre i distrattori. Per esempio:

«Secondo me l'opzione più scelta è la B perché il 3 intero richiama il 3 del numeratore.»

«Penso che la risposta sbagliata scelta a livello nazionale sia la D in quanto si sono lasciati guidare dal 3 al numeratore.»

La quarta categoria è stata nominata “Somiglianza tra frazione e numeri sulla retta”. Le undici risposte qui raggruppate spiegano la scelta errata del distrattore con il fatto che gli studenti e le studentesse si concentrino sulle cifre 3 e 2, e sulla loro presenza sulla retta numerica. Anche in questo caso, quindi, non viene considerata la relazione tra 3 e 2. Fanno parte di questa categoria per esempio le risposte:

«La A, perché potrebbero confondere numeratore e denominatore con i numeri interi.»

«D, perché tiene conto dei numeri che l'alunno “vede” ma non della loro relazione (rapporto).»

La quinta categoria fa riferimento al fatto che gli studenti e le studentesse scelgono l'opzione sbagliata perché rispondono in maniera veloce o affrettata, senza fermarsi a ragionare. La categoria è stata nominata “Lettura affrettata” e raccoglie nove risposte, relative a tutti e tre i distrattori, come per esempio:

«La A. Perché da una lettura affrettata può trarre in inganno.»

La sesta categoria, “Conoscenza delle frazioni”, raccoglie le risposte che identificano la causa

degli errori degli studenti e delle studentesse con mancate conoscenze delle frazioni. Per esempio:

«Credo la D perché la maggior parte dei ragazzi sa “tutto” sulle frazioni ma non ne coglie il vero significato.»

La categoria contiene tre risposte relative ai distrattori B e D.

La settima categoria è stata intitolata “Situazione non standard” e contiene una sola risposta:

«La A, perché si ragiona poco solitamente con questo tipo di argomenti e gli esercizi dei libri non sono fatti in questo modo, quindi l'alunno si sente speso.»

Riportiamo infine che 27 insegnanti non motivano la loro scelta, o indicano «non lo so».

In questo contributo abbiamo mostrato come l'analisi di un item INVALSI relativo alla rappresentazione dei numeri razionali sulla retta numerica ha messo in luce le interpretazioni degli errori degli studenti e delle studentesse da parte degli insegnanti. Le risposte sono state classificate in diverse categorie tematiche che sono in linea con i risultati della ricerca. I risultati e le analisi delle informazioni raccolte tramite il questionario somministrato agli insegnanti hanno portato alla progettazione e allo sviluppo di percorsi di formazione per lo sviluppo professionale degli insegnanti mirati anche a promuovere una riflessione critica sui beliefs degli insegnanti e sul loro intreccio con le conoscenze specialistiche necessarie per l'insegnamento della matematica. Questa fase del progetto è in corso di sviluppo. L'analisi riportata mette in luce come le valutazioni su larga scala, talvolta percepite unicamente come strumenti di rendicontazione esterna, possano invece rappresentare una risorsa significativa per la formazione degli insegnanti di matematica. Infatti, l'analisi delle risposte fornite dagli insegnanti al questionario, in particolare rispetto all'interpretazione degli errori degli studenti in quesiti INVALSI, evidenzia come la riflessione sui dati possa favorire lo sviluppo di consapevolezza non solo rispetto agli errori degli studenti, ma anche rispetto ai propri beliefs professionali. Questo può portare a un utilizzo dei dati INVALSI come strumento per sviluppare riflessioni su quali conoscenze specialistiche siano necessarie

per supportare i processi di apprendimento lavorando anche in un'ottica di valutazione formativa. Il progetto propone un approccio integrato tra valutazione, ricerca e formazione, volto a rafforzare le competenze professionali degli insegnanti e a migliorare la qualità dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica.

Bibliografia

- Behr, M., & Bright, G.** (1984). *Identifying fractions on number lines*. Paper presented at the meeting of the American Educational Association, New Orleans.
- Campbell, C., & Levin, B.** (2009). Using data to support educational improvement. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 47-65.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Nielka, R., Pablo, F., Álvaro, A. G., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C.** (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981> [Accessed 09.03.2026].
- Cohen L., Manion L., & Morrison K.** (2018). *Research Methods in Education* (8th ed.). Routledge
- Coles, A., Rodríguez-Muñiz, L. J., Chee Mok, I. A., Ruiz, A., Karsenty, R., Martignone, F., Osta, I., Ferretti, F., & Nguyen, T. T. A.** (2023). Teachers, Resources, Assessment Practices: Role and Impact on the Curricular Implementation Process. In Y. Shimizu, & R. Vithal (Eds.), *Mathematics Curriculum Reforms Around the World* (pp. 291-322). Cham: Springer. Retrieved from https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_18 [Accessed 09.03.2026].
- De Wolf, M., Rapp, M., Bassok, M., & Holyoak, K. J.** (2014). Semantic alignment of fractions and decimals with discrete versus continuous entities: A textbook analysis. In B. Bello, M. Guarini, M. McShane, & B. Scassellati (Eds.), *Proceedings of the 36th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 2133-2138). Austin: Cognitive Science Society.
- Doig, B.** (2006). Large-scale mathematics assessment: looking globally to act locally. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 13(3), 265-288.
- Eurydice** (2016). *La valutazione delle scuole in Europa: politiche e approcci in alcuni Paesi europei*. Firenze: Eurydice Italia. Retrieved from <https://eurydice.indire.it/pubblicazioni/la-valutazione-delle-scuole-in-europa-politiche-e-approcci-in-alcuni-paesi-europei/> [Accessed 09.03.2026].
- Ferretti, F., & Bolondi, G.** (2019). This cannot be the result! The didactic phenomenon “the Age of the Earth”. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(2), 194-207.
- Ferretti, F., Martignone, F., & Santi, G.** (2022). Analysis of standardized tests and pre-service teacher education: reflections on developed teachers’ specialized knowledge. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)*. Bozen-Bolzano, Italy: ERME/Free University of Bozen-Bolzano.
- Gambini, A., Desimoni, M., & Ferretti, F.** (2022). Predictive tools for university performance: an explorative study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(3), 691-717. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.2022794> [Accessed 09.03.2026].
- INVALSI** (2018). *Quadro di riferimento delle prove di INVALSI di matematica*. Retrieved from https://INVALSI-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf [Accessed 09.03.2026].
- Ni, Y., & Zhou, Y-D.** (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: the origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27-52.
- Saxe, G. B., Shaughnessy, M. M., Shannon, A., Langer-Osuna J., Chinn, R., & Gearhart, M.** (2007). Learning about fractions as points on a number line. In P. Elliot, W. G. Martin, & M. E. Strutchens (Eds.), *NCTM Sixty-ninth Yearbook*. Reston: NCTM.
- Spagnolo, C., Capone, R., & Gambini, A.** (2021). Where do students focus their attention on solving mathematical tasks? An eye tracker explorative study. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 89-96). Bristol: Psychology of Mathematics Education.
- Suurtamm, C., Thompson, D. R., Kim, R. Y., Moreno, L. D., Sayac, N., Schukajlow, S., Silver, E., Ufer, S., & Vos, P.** (2016). *Assessment in mathematics education: Large-scale assessment and classroom assessment*. Cham: Springer.