

# Didattica della Matematica Inclusiva

## Un percorso di ricerca-azione per la scuola secondaria di primo grado

Giulia Lisarelli & Anna Baccaglioni-Frank<sup>1</sup>  
Federica Poli<sup>2</sup>

Durante gli anni scolastici 2019/20 e 2020/21 un gruppo di insegnanti della Provincia Autonoma di Trento ha partecipato al percorso di ricerca-azione e accompagnamento formativo esperienziale “Didattica della matematica inclusiva”, promosso e coordinato da IPRASE all’interno del progetto FSE *Le nuove frontiere del diritto all’istruzione. Rimuovere le difficoltà d’apprendimento, favorire una scuola inclusiva e preparare i cittadini responsabili e attivi del futuro*. A conclusione di tale biennio, il materiale didattico progettato e sperimentato per le classi prime e seconde della scuola secondaria di primo grado è stato revisionato alla luce dei risultati delle sperimentazioni e messo a punto ai fini della sua disseminazione. Tutti i materiali sono adesso reperibili liberamente online all’indirizzo internet <https://www.iprase.tn.it/didattica-della-matematica-inclusiva>.

Il lavoro di ricerca-azione attuato durante il percorso biennale si è fondato su una metodologia di tipo Design Based Research che è una metodologia scientifica utilizzata, a livello internazionale, per i progetti educativi che prevedono la realizzazione e sperimentazione di percorsi di insegnamento-apprendimento. In particolare, gli aspetti principali caratterizzanti questa metodologia sono la progettazione di una traiettoria di apprendimento ipotetica, sulla base di specifici obiettivi didattici e principi di design e di considerazioni teoriche, e la sperimentazione con conseguente revisione della proposta didattica alla luce dei dati emersi. Tipicamente sono previsti almeno due cicli di sperimentazione e revisione dei materiali prima della loro diffusione.

Il progetto “Didattica della matematica inclusiva” nasce dalla presa di consapevolezza di una crescente necessità di pratiche e strumenti didattici adeguati alle esigenze di ogni studente all’interno di classi, spesso disomogenee rispetto alle caratteristiche dell’apprendimento degli studenti, in un’ottica inclusiva. Studi nazionali indicano che circa il 20% dei bambini ha performance sotto-norma nei test prestazionali usati per le diagnosi di discalculia, manifestando quindi difficoltà anche gravi e persistenti nell’apprendimento della matematica. La ricerca in didattica della matematica ha dimostrato che l’uso di buone pratiche didattiche porta a una significativa diminuzione di tali difficoltà.

---

1. Università di Pisa.

2. English International School of Padua.

Uno degli obiettivi principali del progetto è stato proprio quello di prevenire il fallimento in matematica, consentendo a tutti gli studenti di vivere vere esperienze di successo. Tutti i percorsi didattici sono stati progettati per essere inclusivi, favoriscono la partecipazione al discorso matematico grazie alla progettazione secondo cui presentano “soglia bassa” e “soffitto alto”, cioè consentono a tutti gli studenti (con una storia di prestazioni basse o alte in matematica) di cimentarsi in processi di esplorazione matematica, apprendendo in modo profondo e significativo, anche a livelli diversi. Inoltre, le risorse per gli insegnanti suggeriscono modalità per gestire al meglio la “discussione matematica collettiva”, durante la quale l’insegnante porta l’attenzione degli studenti su particolari segni che hanno un alto potenziale didattico rispetto al Sapere Matematico oggetto della proposta didattica. Le attività sono completamente in linea con i traguardi per lo sviluppo delle competenze alla fine della scuola secondaria di primo grado, espressi nelle Indicazioni Nazionali. Infine, i materiali proposti hanno l’obiettivo di offrire agli studenti esperienze significative per rafforzare un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, aiutandoli a vivere momenti di successo e a sviluppare una corretta visione epistemologica di questa disciplina.

Di seguito illustriamo brevemente i materiali didattici pubblicati; si articolano in 5 percorsi che non sono da considerarsi in ordine gerarchico ma che, anzi, si intrecciano l’uno con l’altro.

### **1. Buone pratiche per una buona partenza**

Il percorso raccoglie una serie di “buone pratiche” che riteniamo fondamentali affinché le proposte didattiche siano efficaci. In particolare, c’è bisogno che l’insegnante faccia proprie e condivida tali pratiche, che metta in chiaro fin da subito con gli studenti qual è il significato di fare matematica che si vuole promuovere, quali aspetti della pratica didattica si ritengono importanti e quali no, e quali sono i principali stereotipi su questa disciplina che vanno combattuti. Per esempio, importanti studi in didattica della matematica suggeriscono che il successo venga spesso identificato con la capacità di dare “velocemente la risposta corretta”. Parallelamente, il disagio che vivono molti bambini o ragazzi con la matematica è proprio legato a esperienze in cui errore e lentezza sono considerati indicatori di fallimento, assolutamente da evitare. Alla luce di questi risultati, le buone pratiche che proponiamo mirano a far emergere strategie diverse, a valorizzare i ragionamenti, le argomentazioni e i confronti all’interno del gruppo classe, rispettando i tempi e le modalità di espressione di ogni studente. Inoltre, poiché le attività proposte dovrebbero offrire occasioni di apprendimento (che dovrebbe avvenire prima di fasi di valutazione) secondo una didattica di tipo laboratoriale, si suggerisce agli insegnanti di attribuire un ruolo positivo all’errore e di sfruttarlo, ove possibile, come strumento per l’apprendimento.

Alcune proposte sono più strettamente correlate a una buona partenza, altre sono da perpetuare nel tempo e da sostenere durante tutte le lezioni, ponendo particolare attenzione ai messaggi, siano essi espliciti o impliciti, che l’insegnante veicola con le parole e con gli atteggiamenti nei rapporti con gli studenti.

### **2. Tra procedure e significati: la divisione**

Il percorso affronta il tema del delicato rapporto tra procedure e significati e si pone come

obiettivo la scoperta dei significati matematici che sono alla base di alcuni algoritmi comunemente utilizzati per svolgere le divisioni. A partire dalle divisioni nell'insieme numerico  $\mathbb{N}$  (in cui sono presenti: dividendo, divisore, quoziente e resto), il percorso viene poi esteso al caso delle divisioni nell'insieme  $\mathbb{Q}$  dei numeri razionali (in cui si può sempre ottenere un quoziente in forma decimale). Gli algoritmi tradizionali, infatti, sono il prodotto di un lungo processo storico di raffinamento che li ha resi molto efficienti in termini di spazio e scrittura da utilizzare, ma altrettanto opachi rispetto ai significati matematici che li supportano. Lavorare sugli algoritmi senza lavorare sul "perché" funzionano, può portare a un apprendimento puramente procedurale e senza significato da parte degli studenti. Infatti, in questi casi, il carico è spostato interamente sulla memoria, e la mancanza di comprensione non consente allo studente di sviluppare strategie per compensarne un'eventuale carenza. La mancanza di comprensione porta, inoltre, a una visione completamente distorta della matematica. Attraverso questo percorso, invece, gli studenti fanno un'esperienza da *veri* matematici perché è capendo i significati che si arriva al cuore della matematica.

### **3. Frazioni sul filo: adattamento del percorso alla scuola secondaria di primo grado**

Il percorso riguarda l'insegnamento-apprendimento delle frazioni ed è finalizzato al recupero delle conoscenze pregresse degli studenti e all'introduzione di altri significati di frazione. Una vasta letteratura in didattica della matematica riporta le difficoltà incontrate dagli studenti nella comprensione di tale concetto la cui natura è molto complessa perché richiede, oltre alla comprensione di ciascuno dei significati associati alla frazione, anche la comprensione delle relazioni tra essi. Il percorso didattico che proponiamo in questo caso si basa sull'uso di diversi artefatti fisici ad alto potenziale didattico rispetto a molteplici aspetti della nozione di frazione. In particolare, a differenza di approcci didattici più tradizionali, si dà molta importanza allo sviluppo da parte degli studenti di una familiarità nella manipolazione delle frazioni come numeri da posizionare sulla retta numerica. Inoltre, si esplorano relazioni tra frazioni e numeri decimali (si veda anche il percorso precedente), visti come diverse rappresentazioni di numeri razionali.

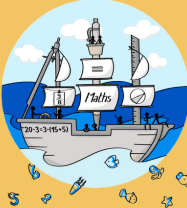
### **4. I problemi: la rappresentazione come strumento di pensiero**

Il percorso riguarda il ruolo delle rappresentazioni nella risoluzione dei problemi, prima dell'introduzione di incognite e, in particolare, nei problemi in cui si conoscono le relazioni tra le quantità in gioco ma non i valori numerici di tali quantità. Per gli studenti questo passaggio a un tipo diverso di problemi, rispetto a quelli già incontrati alla scuola primaria, richiede un salto che non è affatto scontato. L'obiettivo principale del percorso è spostare l'attenzione dal "risolvere", tipico dell'aritmetica, al "rappresentare", tipico dell'algebra, che è anche alla base della rappresentazione di situazioni problematiche mediante equazioni. Lavoriamo sulla costruzione di rappresentazioni mentali, che sono fondamentali nel processo di risoluzione dei problemi, attraverso attività in cui tali rappresentazioni non sono fornite dall'esterno già pronte ma sono il risultato di un processo di pensiero. Inoltre, la devoluzione agli studenti della responsabilità, non solo di trovare individualmente una soluzione al problema ma anche di condividerla, con la conseguente necessità di farsi carico delle proprie scelte, li porterà a diventare consapevoli del ruolo della rappresentazione come *strumento per pensare*.

## 5. Muovere la geometria: esplorando il concetto di altezza e le proprietà dei quadrilateri

Il percorso è dedicato alla geometria e si basa sull'utilizzo di software di geometria dinamica con cui abbiamo realizzato artefatti digitali interattivi, con particolare focus sul concetto di altezza e sulle proprietà dei quadrilateri. Il software con cui si è scelto di lavorare è GeoGebra, che consente di costruire figure geometriche mediante strumenti equivalenti matematicamente alla "riga e compasso" con cui, però, a differenza che per costruzioni in ambiente carta e matita, è possibile interagire mediante il trascinamento. In questo modo si fa esperienza in modo dinamico e interattivo, favorendo la costruzione di competenze legate alla visualizzazione e alla manipolazione di rappresentazioni di oggetti matematici. Queste sono competenze chiave fondamentali in matematica e, più nello specifico, sono al cuore dell'attività in ambito geometrico.

Concludendo, i vari percorsi e materiali pubblicati permettono dunque a tutti gli studenti di cimentarsi in processi di esplorazione matematica e di apprendere in modo profondo, nel delicato equilibrio tra procedure e significati.



**Didattica della Matematica Inclusiva**  
nella scuola secondaria di primo grado

A cura di: Anna Baccaglini-Frank, Giulia Lisarelli, Federica Poli

Realizzazione tecnico-grafica:  
Debora Cristanelli

### Introduzione e premesse

Il percorso di ricerca-azione "Didattica della matematica inclusiva" è stato promosso e coordinato da IPRASE, all'interno del progetto FSE "Le nuove frontiere del diritto all'istruzione. Rimuovere le difficoltà d'apprendimento, favorire una scuola inclusiva e preparare i cittadini responsabili e attivi del futuro", con la guida delle esperte Anna Baccaglini-Frank, Giulia Lisarelli e Federica Poli, del Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, al fine di attuare un accompagnamento formativo esperienziale degli insegnanti di scuola secondaria di primo grado per la progettazione e sperimentazione di risorse didattiche inclusive e multimodali mirate a prevenire il fallimento in matematica.

Questo sito raccoglie il materiale didattico progettato e sperimentato per le classi prime e seconde della scuola secondaria di primo grado, che viene messo a disposizione di tutti gli insegnanti interessati, a titolo completamente gratuito.

### Contesto

In Trentino nell'anno scolastico 2018-2019 i dati relativi alle certificazioni rilasciate ai sensi della legge 170/2010 in materia di disturbi specifici dell'apprendimento sono percentualmente pari al 5,1% sul totale degli studenti iscritti in tutti gli ordini e gradi di scuola (pubblica e privata, ivi compresa la formazione professionale - Fonte: La scuola è aperta a tutti, marzo 2019 - Sistema informativo della scuola trentina). Questi studenti, insieme a molti altri (studi nazionali indicano che circa il 20% dei bambini ha prestazioni sotto-norma sui test prestazionali usati per le diagnosi di discalculia, tanto da risultare positiva rispetto alla discalculia) riscontrano difficoltà anche gravi e persistenti nell'apprendimento della matematica. Per questo è necessario, da un lato, riconoscere i profili di apprendimento matematico degli studenti e, dall'altro, offrire pratiche e strumenti didattici adeguati alle esigenze di ogni studente all'interno della classe, in un'ottica inclusiva. La ricerca ha dimostrato che l'uso di buone pratiche didattiche porta ad una significativa diminuzione delle difficoltà in matematica.

Home: introduzione e premesse

Buone pratiche per una buona partenza

Tra procedure e significati: la divisione

Frazioni sul filo: adattamento del percorso alla scuola secondaria di primo grado

I problemi: la rappresentazione come strumento di pensiero

Muovere la geometria: esplorando il concetto di altezza e le proprietà dei quadrilateri